

# *Une étoile pour la Petite Ourse*

## dossier pédagogique

Marie Lhuissier

### Présentation générale

*Une étoile pour la Petite Ourse* est un conte mathématique et musical pour les 3-7 ans. Dans ce conte, des animaux figurés par des marionnettes réalisent chacun une action géométrique, ce qui amène à la réalisation collective d'une figure complexe. Chaque personnage ou moment clef du conte est associé à un air ou un chant, dans une composition musicale d'inspiration baroque.

**Résumé de l'histoire :** Ayant perdu une étoile, la Petite Ourse est tombée du ciel. Pour retourner dans le ciel et retrouver sa maman, elle a besoin d'une étoile. D'une étoile à huit branches. Différents animaux vont essayer de l'aider, mais aucun ne sait dessiner une telle étoile – dessiner une étoile à huit branches, c'est difficile ! Pourtant, chacun propose ce qu'il sait faire : la cigogne sait tracer des cercles avec son bec, la coccinelle peut poser des points, les fourmis savent trouver des milieux, l'araignée peut tendre des fils tout droits, le paresseux sait compter jusqu'à trois... Et tous ensemble, en mettant en commun leurs savoir-faire, ils parviennent à tracer l'étoile qui manque à la Petite Ourse.



Ce conte permet de :

- découvrir ou redécouvrir des figures géométriques élémentaires et les différents manières dont on peut les tracer (point, cercle, segment de droite, milieu) ;
- aborder la notion de construction géométrique – ou comment on obtient une figure géométrique complexe à partir de gestes élémentaires bien ordonnés ;
- parler de l'importance de la collaboration et de la mise en commun des compétences de chacun pour arriver à un résultat que personne n'aurait pu obtenir seul.

## Détail de la construction géométrique

Voici, de manière plus détaillée, les différentes étapes qui vont mener au tracé d'une étoile à huit branches.

1. À l'aide de son bec, la cigogne trace un cercle (NB : la marionnette de la cigogne est construite en papier mâché autour d'un grand compas).
2. La coccinelle place deux points diamétralement opposés sur le cercle.
3. En marchant à la même vitesse l'une vers l'autre le long du cercle, les fourmis jumelles peuvent trouver le milieu entre deux points quelconques – milieu qui est ensuite repéré par un point de la coccinelle. En répétant six fois le procédé, les trois insectes parviennent à placer huit points régulièrement espacés sur le cercle.
4. À l'aide du paresseux qui compte jusqu'à trois (sur ses trois doigts), l'araignée tisse une toile où chaque point est relié au troisième plus loin.
5. Au moment où on revient au point de départ, la forme obtenue est une étoile à huit branches.



## Développements possibles

1. Raconter à nouveau l'histoire, en remettant dans le bon ordre les interventions des animaux, et l'action géométrique que chacun a effectuée.
2. Trouver d'autres manières d'effectuer les actions géométriques des animaux (comment tracer un grand cercle sans compas? Deux points diamétralement opposés sur un cercle? Le milieu d'un arc de cercle?)
3. Construire individuellement ou en binôme une étoile à huit branches, par tracé, pliage, tissage... Cf atelier 1.
4. Construire en classe entière une grande étoile à huit branches. Cf atelier 2.
5. Relier des points par des segments tracés à la règle pour obtenir différentes étoiles. Cf atelier 3.
6. Généraliser la construction avec un nombre différent de points sur le cercle ou d'espacement entre deux points reliés, observer et expliquer ce qui se passe. Cf atelier 3.
7. Reprendre et apprendre les comptines du spectacle. Cf atelier 4.

## Ateliers

### 1 Confectionner individuellement ou en binôme des étoiles à huit branches

Voici différentes options pour confectionner de petites étoiles à huit branches, parmi lesquelles choisir selon le niveau de la classe et les objectifs pédagogiques de l'enseignant.e.

#### Objectifs

- Mémoriser dans l'ordre les différentes étapes de la construction.
- Se familiariser par la manipulation aux notions de cercle, milieu, segment.
- S'organiser mentalement pour ne pas se perdre dans le comptage circulaire de trois en trois.

#### Matériel nécessaire par élève ou binôme

*Pour une étoile obtenue par tissage (à partir de la MS) :*

- un disque de papier ou un gabarit circulaire
- huit punaises
- un disque en liège ou en carton
- des petits pions ou cubes de deux couleurs différentes (suffisamment pour recouvrir le cercle qu'on tracera)
- huit gommettes rondes
- un crayon
- 1,5m laine ou huit grands élastiques

*Pour une étoile obtenue par pliage et découpage (à partir du CP) :*

- un compas ou un gabarit circulaire
- une règle, un crayon, une paire de ciseaux

#### Déroulement

Cet atelier est constitué de trois parties : tracer le cercle, puis placer les huit points, et enfin les relier entre eux.

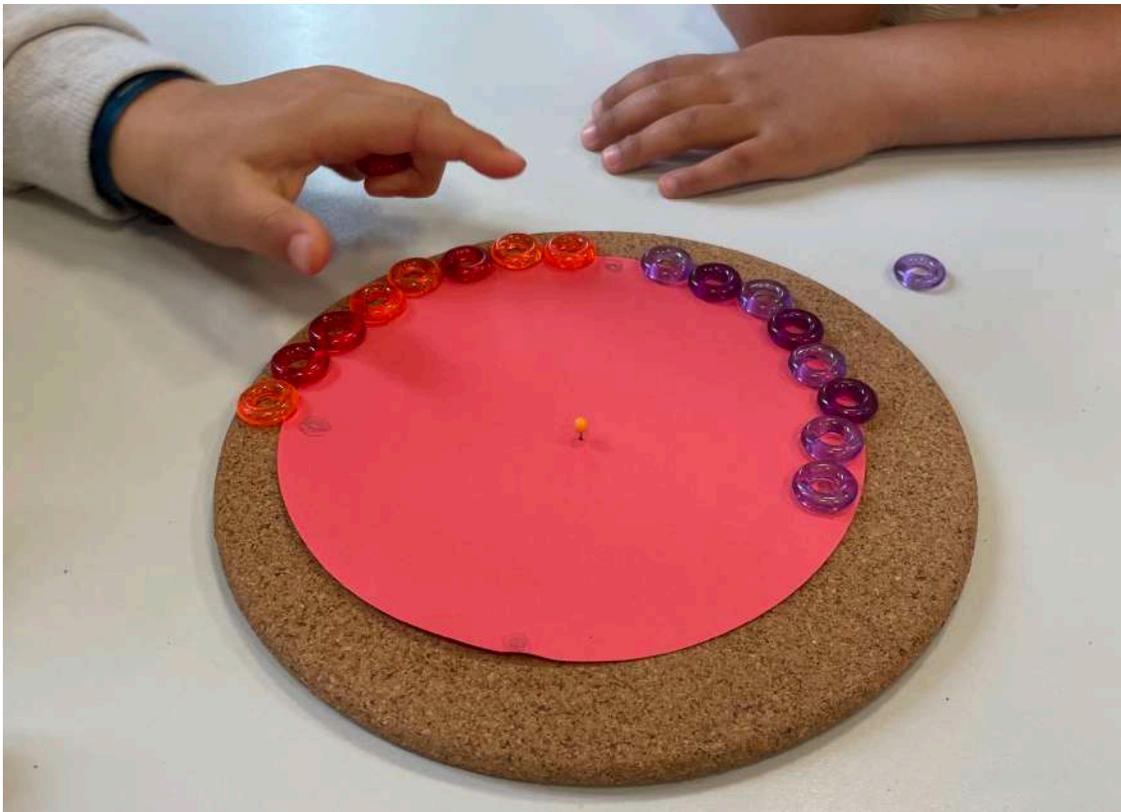
**Option 1 :** Tisser une étoile (à partir de la MS) :



Étoiles confectionnées en binômes par des élèves de PS-MS (à gauche) et de GS (à droite)

### Étapes :

1. Tracer un cercle étant compliqué pour les plus jeunes, on pourra leur distribuer des disques de papier. Sinon, un gabarit circulaire, à l'intérieur ou à l'extérieur duquel ils pourront tracer un cercle.
2. Il va s'agir de placer huit points régulièrement espacés sur le cercle. Le premier point est placé n'importe où. Pour les points suivants, il va s'agir d'imiter l'action des fourmis pour trouver le milieu entre deux points. On peut pour cela matérialiser les pas des fourmis par de petits objets de même taille (pions, jetons, cubes...) juxtaposés le long du cercle. Lorsque les pions se rejoignent, il faut vérifier qu'il y en a le même nombre de part et d'autre. On peut ensuite marquer le point et y placer une punaise.



3. Il va enfin s'agir d'effectuer le tissage, en reliant les points de trois en trois. La difficulté pour les élèves est de ne pas compter le point de départ. On peut aussi utiliser des élastiques, pour mieux séparer les différents segments.



**Remarque :** On pourra remplacer disque de papier, support rigide et punaises par une assiette en carton sur le bord de laquelle on découpera des encoches (cf photo ci-dessus).

**Option 2 :** Tracer et découper une étoile (à partir du CP)



Étoiles découpées par des élèves de CP

**Étapes :**

1. Tracer un cercle à l'aide d'un compas ou d'un gabarit circulaire, et le découper soigneusement.
2. Pour placer huit points régulièrement espacés sur le cercle, les notions de médiatrice et bissectrice ne sont pas adaptées au cycle 2 ; par contre le pliage permet une construction géométrique rigoureuse. En pliant le disque de papier en deux, on obtient un diamètre, et donc deux points diamétralement opposés ; en repliant le demi-disque en deux puis le quart de disque en deux, on obtient finalement huit points régulièrement espacés.
3. Il va enfin s'agir de relier chaque point à celui trois plus loin, en faisant attention de ne pas compter le point de départ. On peut enfin découper l'étoile obtenue.

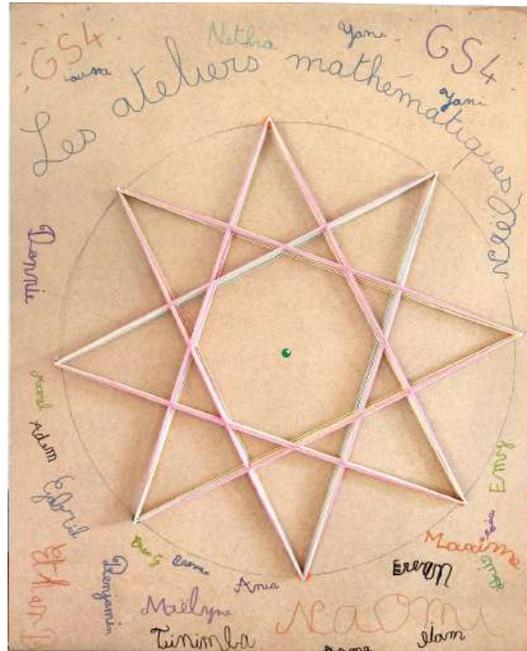
## 2 Construire en classe entière une grande étoile à huit branches

### Objectifs

- Entrer en classe entière dans une démarche de réflexion scientifique : émettre des hypothèses, les discuter, les vérifier ;
- Reproduire des gestes décrits à l'oral ou observés
- Créer collectivement une œuvre conséquente, intéressante et belle.

### Matériel nécessaire

- un panneau en liège avec des punaises, ou une grande planche de bois avec des clous et un marteau (manipulation par l'adulte)
- des petits pions ou cubes de deux couleurs différentes (suffisamment pour recouvrir le cercle qu'on tracera)
- huit gommettes rondes
- un crayon
- une grande règle de tableau
- une pelote de laine colorée



Étoile à huit branches réalisée par une classe de grande section

### Déroulement

Cet atelier est constitué de trois parties : tracer le cercle, puis placer les huit points, et enfin les relier entre eux. À chaque étape, les élèves peuvent discuter afin de déterminer ce qu'il y a à faire, et comment s'y prendre. Les propositions pourront être discutées et testées, jusqu'à ce que quelque chose de satisfaisant soit trouvé.

#### Partie 1 : Tracer le cercle

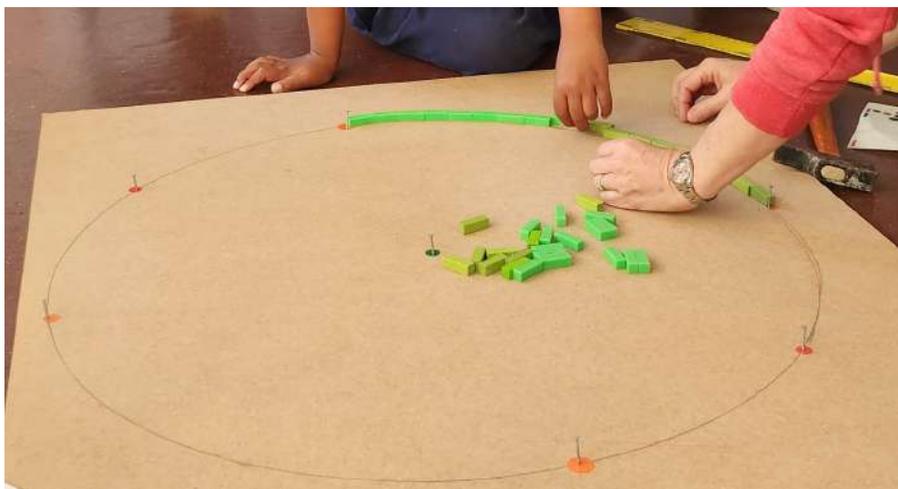
Il va s'agir de tracer un grand cercle. Avant le CE1, les élèves ne maîtrisent pas la manipulation du compas, et il n'y a pas forcément dans la classe un grand compas de tableau. En observant le matériel mis à leur disposition, les élèves pourront émettre l'idée d'utiliser la laine, qui permettra de

faire tourner un crayon autour d'un clou placé au centre de la surface, et de tracer ainsi un cercle. La manipulation n'est pas évidente, et pourra être effectuée ou assistée par l'enseignant.e.

### Partie 2 : Placer les huit points

Il va s'agir de placer huit points régulièrement espacés sur le cercle. Les élèves pourront coller des gommettes, au centre desquelles l'enseignant.e fixera une punaise ou un clou.

1. Pour le premier point, l'emplacement n'importe pas.
2. Le second point peut être placé avec la même technique qui permettra de placer les points suivants. Si cela est trop contre-intuitif pour les élèves de considérer que le point diamétralement opposé est un sorte de milieu, on pourra le placer à l'aide du diamètre (représenté par une grande règle ou un fil tendu, appuyé.e sur le clou central).
3. Pour les points suivants, il va s'agir d'imiter l'action des fourmis pour trouver le milieu entre deux points. La construction géométrique rigoureuse fait intervenir les notions de médiatrice et bissectrice, qui ne sont pas adaptées. Par contre, le milieu peut être approché en matérialisant les pas des fourmis par de petits objets de même taille (pions, jetons, cubes...) juxtaposés le long du cercle. Deux élèves se placent chacun à une extrémité, et recouvrent l'arc de cercle avec les jetons. Quand les jetons se rejoignent, on doit vérifier que chaque élève a posé le même nombre de jetons. Si c'est le cas, on peut coller une gommette au point de jonction.



### Partie 3 : Relier les points

Il va enfin s'agir d'effectuer le tissage, en reliant les points de trois en trois. La difficulté pour les élèves est de ne pas compter le point de départ. Pour un meilleur rendu, on pourra faire plusieurs tours.



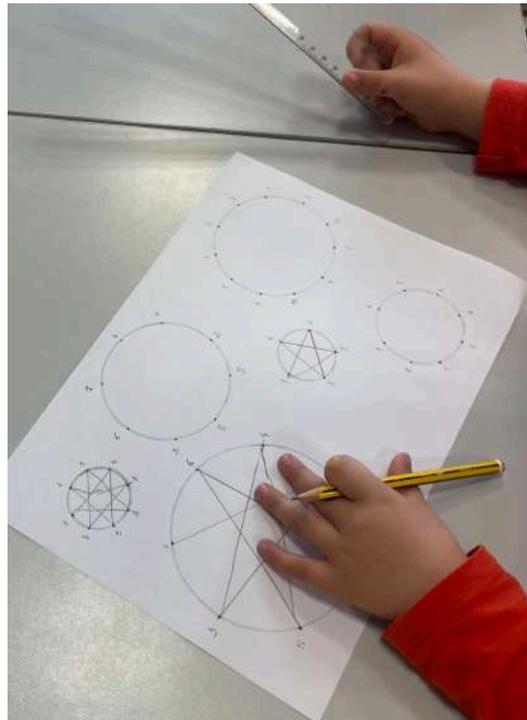
### 3 Tracer des étoiles en reliant des points

#### Objectifs

- Tracer différentes étoiles en manipulant la règle.
- Identifier différentes formes comme issues d'un même procédé de construction.
- S'organiser mentalement pour ne pas se perdre dans le comptage circulaire
- *Pour les plus grands* : analyser une famille de figures, en observer et expliquer les caractéristiques communes et les différences.

#### Matériel nécessaire par élève

- une règle et un crayon à papier
- des cercles imprimés, sur lesquels sont placés 5 à 8 points (cf annexe).



#### Déroulement

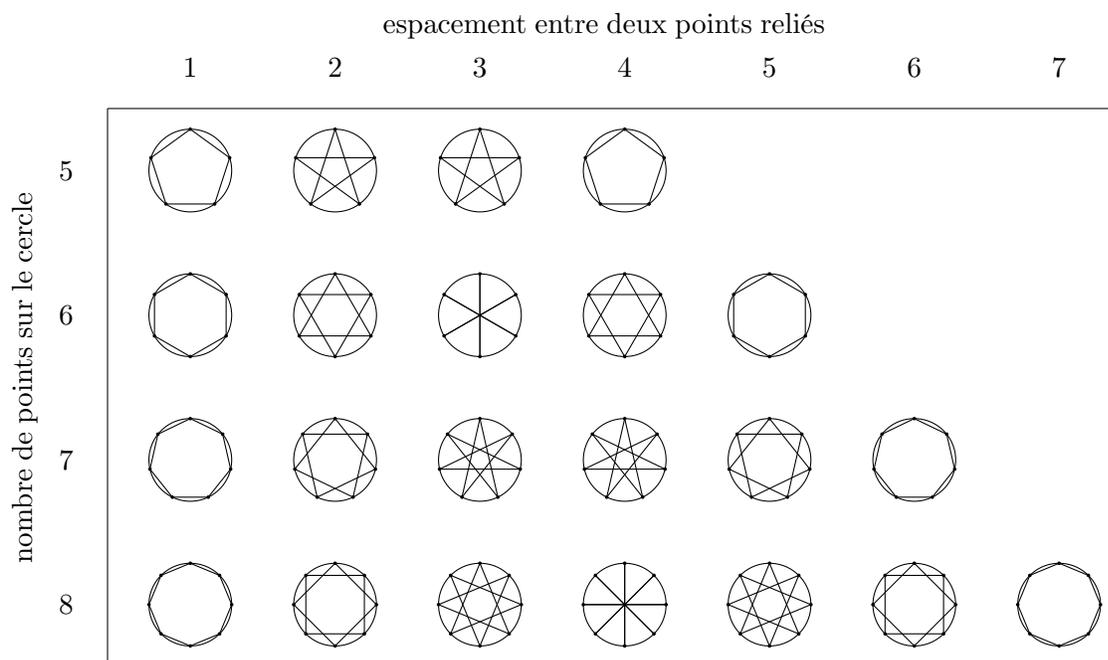
Cet atelier est constitué de deux parties : tracer des différentes figures, puis analyser collectivement les figures obtenues. Les élèves de cycle 1 ne feront que la première partie

##### Partie 1 : Tracer les étoiles

Pour les plus jeunes, on choisira la feuille où sont numérotés les points à relier dans l'ordre. À partir du CP-CE1, on pourra distribuer à chaque élève des cercles avec 5 à 8 points, et donner la consigne de choisir et de noter à côté de chaque cercle de combien en combien on avance pour relier les points entre eux. La difficulté pour beaucoup est de ne pas compter le point de départ.

##### Partie 2 : Analyser l'ensemble des figures obtenues

En classe entière, on pourra afficher l'ensemble des figures obtenues (éventuellement sous forme d'un tableau comme ci-dessous), et analyser l'ensemble.



Voici quelques exemple d'observations qui pourront être effectuées, et discutées (par exemple pour les expliquer et certifier qu'elles s'étendront à des nombres plus grands) :

- Chaque ligne est symétrique. En effet, s'il y a cinq points sur le cercle, compter de quatre en quatre revient à compter de un en un dans l'autre sens, et ce pour tous les nombres.
- La première (et la dernière) figure de chaque ligne est un polygone régulier.
- Si il y a un nombre pair de points sur le cercle, il y a une figure centrale dans la ligne : une étoile dans laquelle toutes les branches sont des rayons.
- Certaines étoiles peuvent se dessiner sans lever le crayon ; d'autres se dessinent en plusieurs morceaux.

### Pour aller plus loin

Ce dernier point cache en réalité une propriété mathématique intéressante et non triviale : le nombre de courbes fermées qui composent l'étoile (c'est-à-dire, le nombre minimal de fois qu'on est contraint de prendre un nouveau point de départ parce qu'on est revenu au point de départ avant d'avoir visité tous les points) est déterminé par le nombre de points sur le cercle, qu'on nommera  $n$  et l'espacement entre deux points reliés entre eux, qu'on nommera  $k$ . Plus précisément, le nombre de courbes fermées composant l'étoile est le plus grand diviseur commun de  $n$  et  $k$  (et donc est égal à  $k$  si  $n$  est un multiple de  $k$ ). En particulier, si  $n$  et  $k$  sont premiers entre eux (ce qui est le cas si  $k$  ou  $n$  est premier), l'étoile se trace en un coup de crayon.

## 4 Découvrir la musique baroque

Inspiré de la forme cantate de la période baroque, la musique composée pour le conte fait intervenir chaque personnage avec une comptine qui décrit son caractère et ses émotions. Les techniques de composition utilisées rappellent notamment Bach et Haendel. Des écoutes peuvent illustrer des inventions de la période baroque qui ont perduré.

### Objectifs

- Découvrir ou pratiquer le chant choral.
- Consolider l'apprentissage des différents gestes mathématiques en y associant des chansons.
- Découvrir la musique baroque.

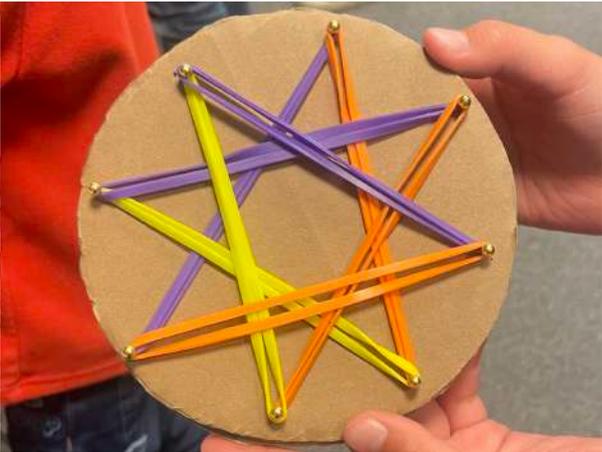
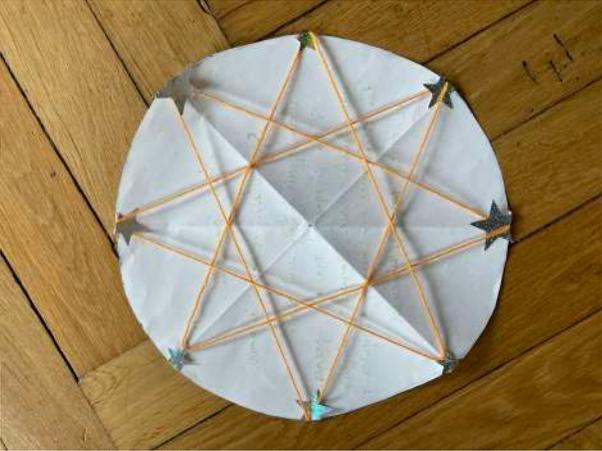
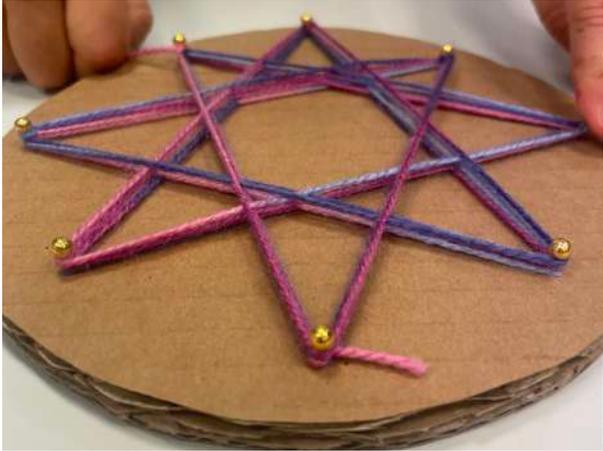
### Déroulé

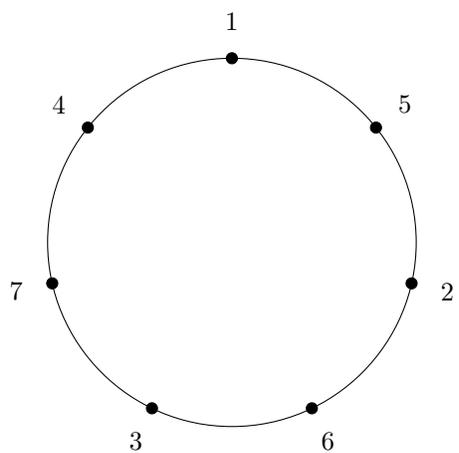
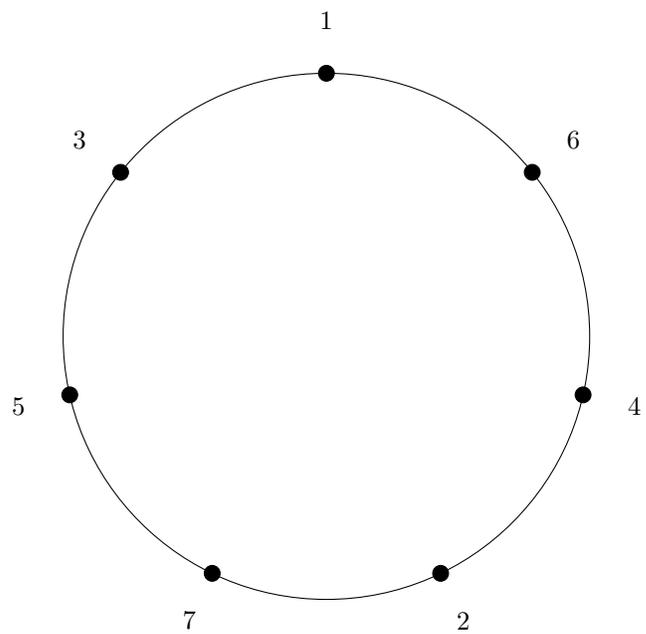
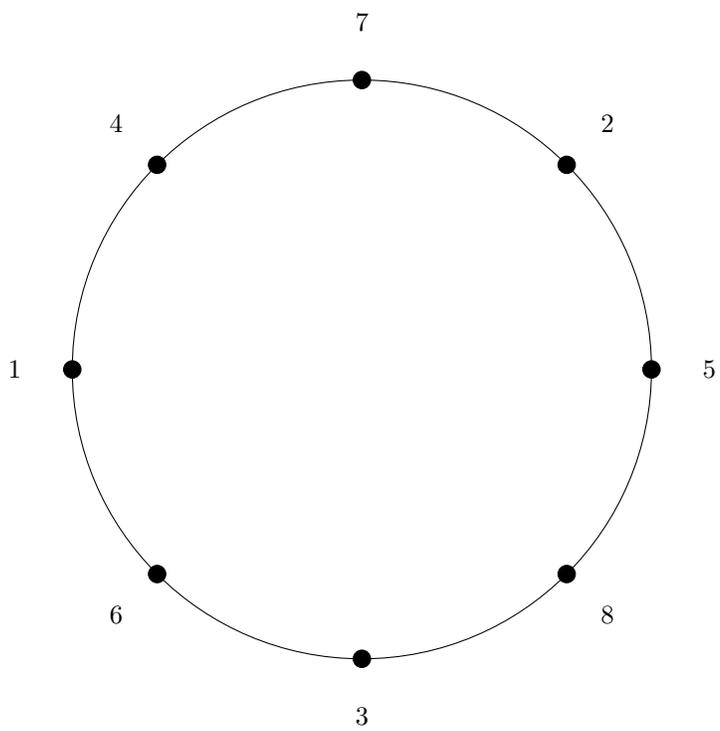
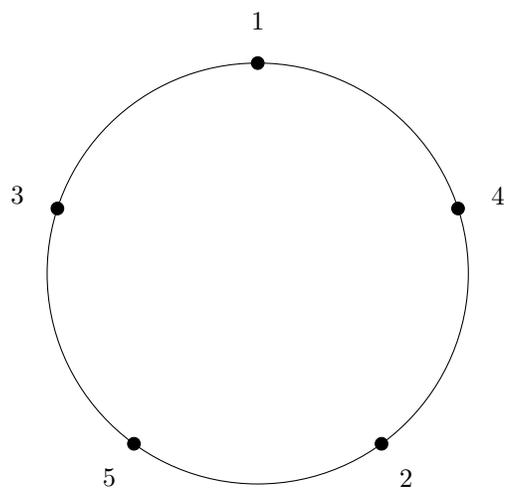
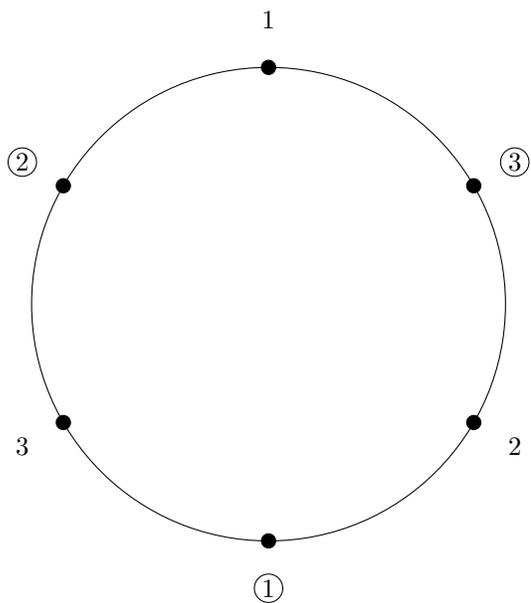
On pourra choisir une ou plusieurs comptines à reprendre en classe. Les six chants seront prochainement disponibles à l'écoute sur Internet ; en attendant, les partitions figurent en annexe.

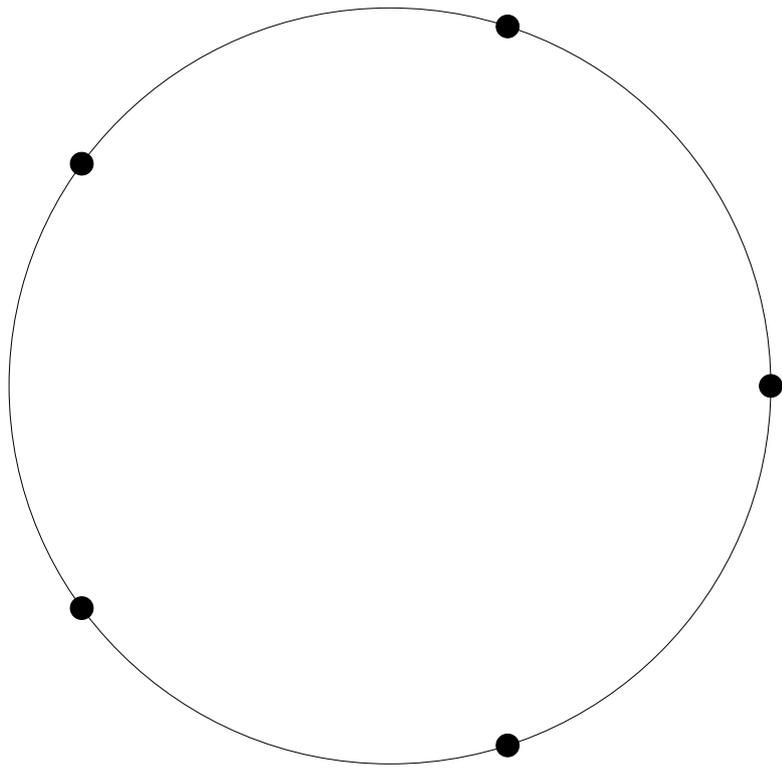
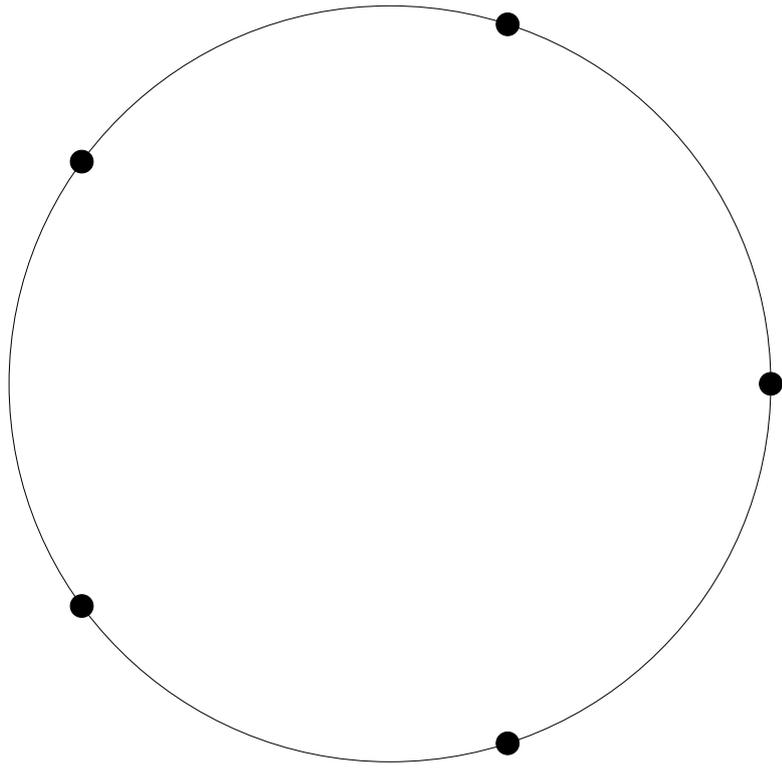
Ci-dessous, quelques suggestions d'œuvres baroques qu'on pourra faire écouter aux élèves en lien avec la musique du conte :

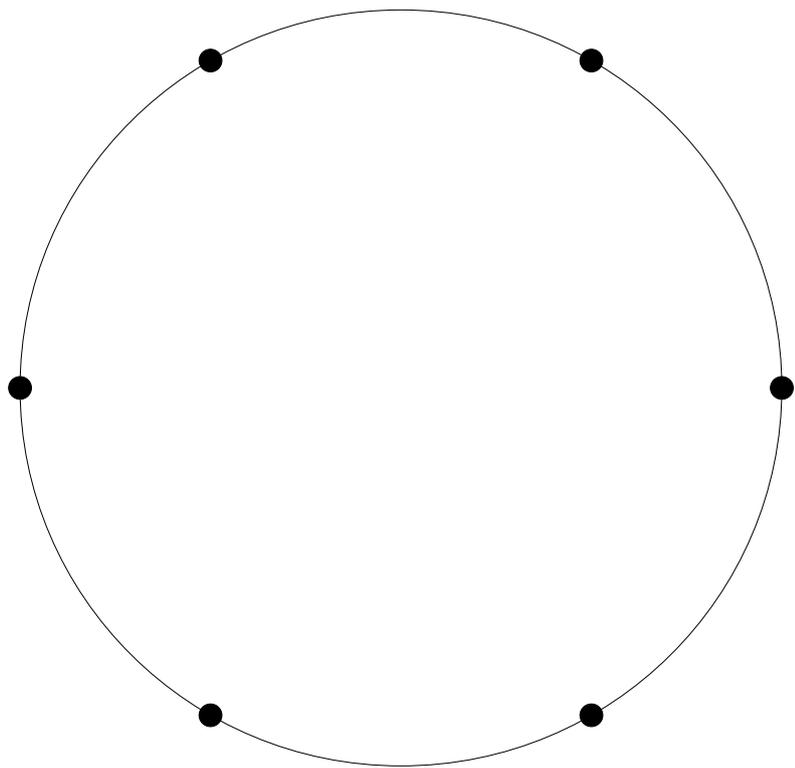
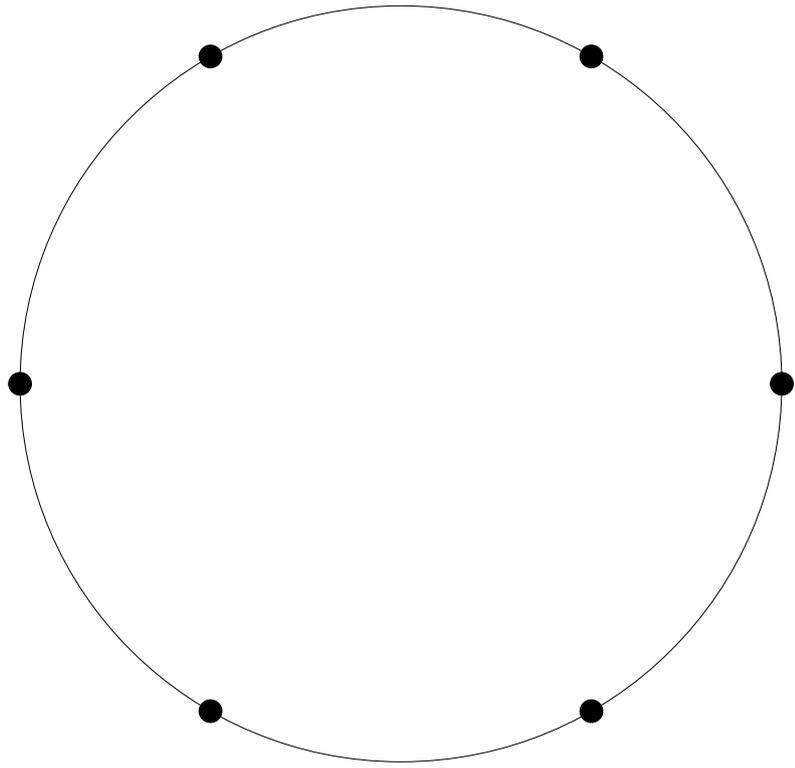
- Handel : Agrippina, HWV 6, Act 2 : "Voi che udite" (durée : 1'03)
- Handel : Sarabande pour corde et basse continue (durée : 4'06)
- Bach : Nun komm, der Heiden Heiland, BWV 62 : Chorale : Lob sei Gott, dem Vater, ton (durée : 40")

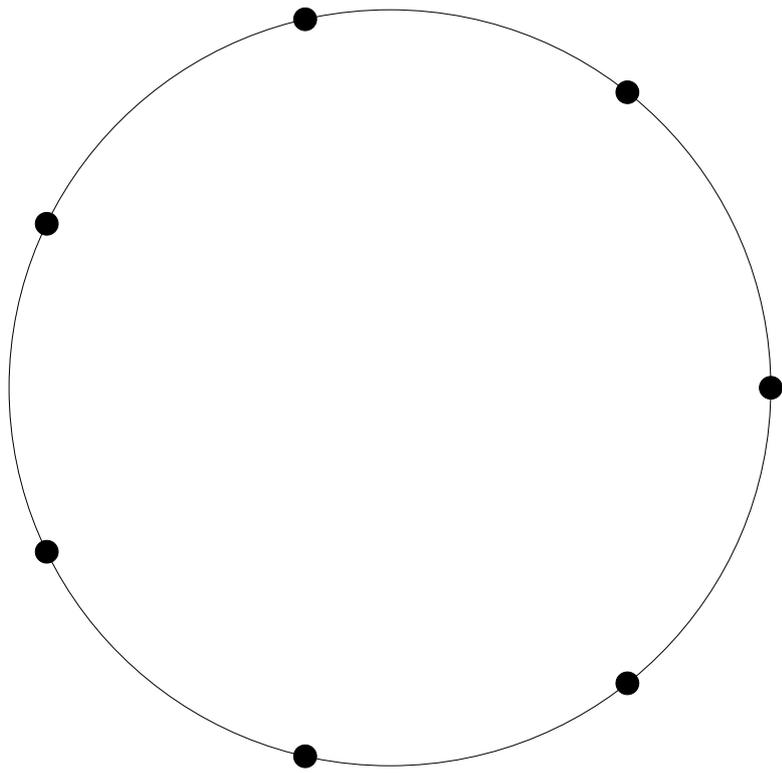
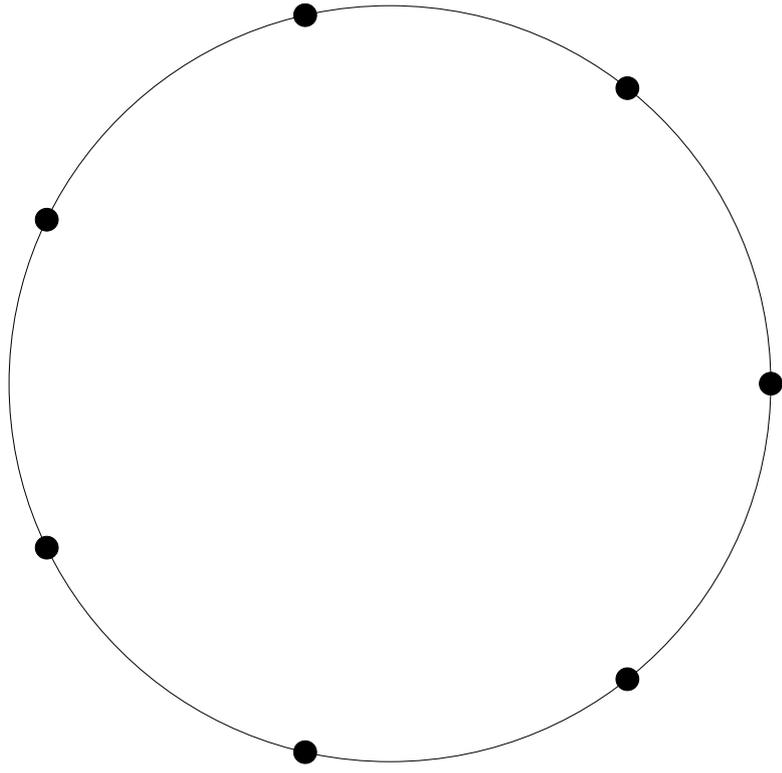
Inspirations et annexes

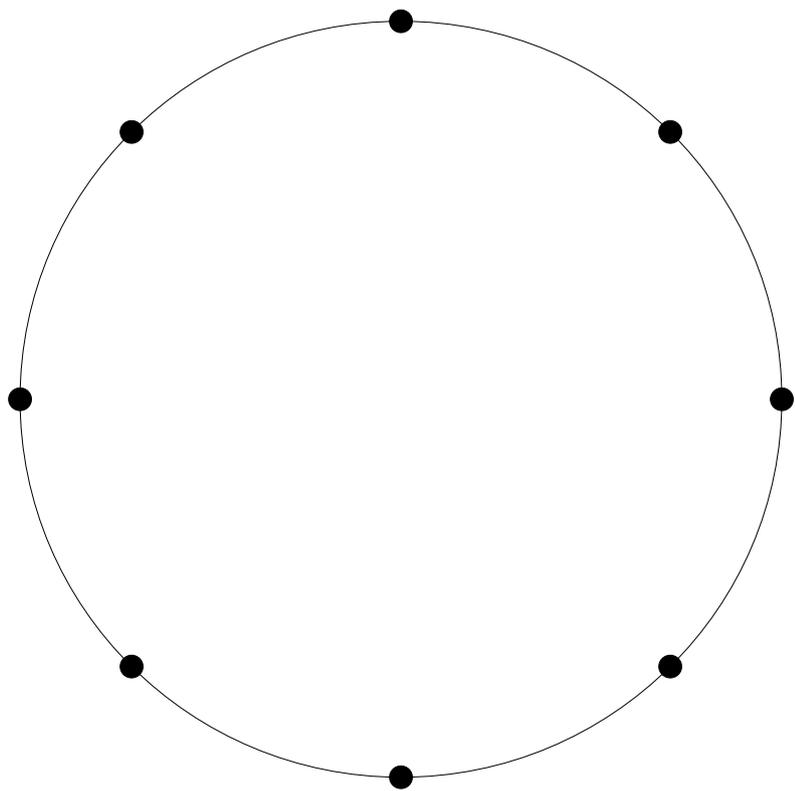
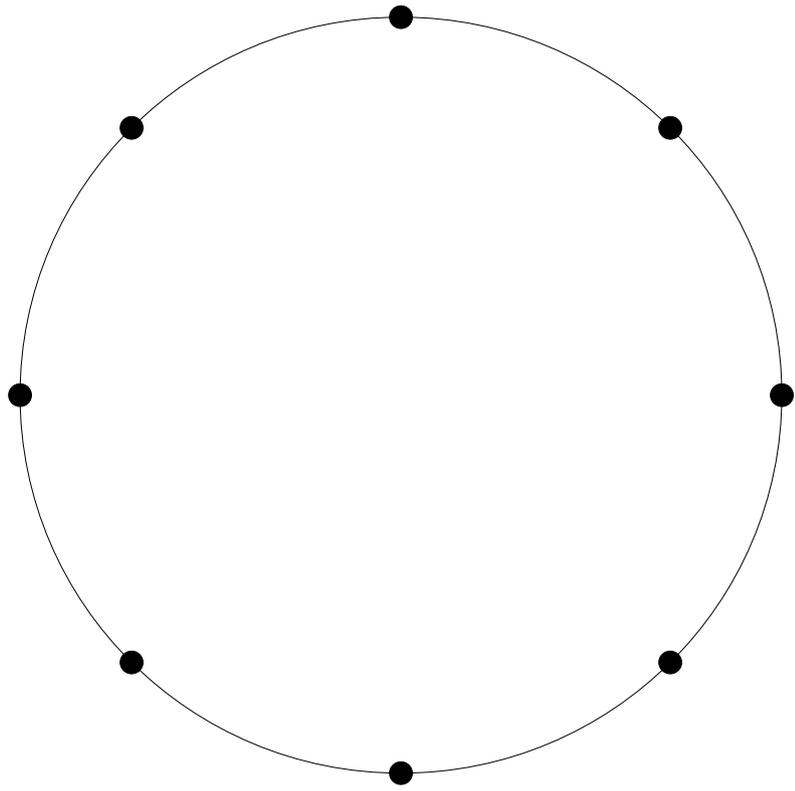












# Le cercle de la cigogne

Une étoile pour la petite ourse  
Musique : Alexandre Dandelot

## Allemande

Pour te con - so - ler d'ê - tre tom - bée par terre,

le bec grand ou - vert moi je peux de - ssi - ner:

au cen - tre je pi - que pi - que pique j'ai choi - si mon ra - yon,

puis je tourne en rond...

et c'est pres - que ma - gique!



# Le rap de la coccinelle

Une étoile pour la petite ourse



1 V.

MOI, je por - te sur mon dos huit points: un point de dé - part,

6

un point d'im - pact, un point d'ap - pui, un point de ren - contre,

9

un point de cô - té, un point pour mar - quer, un point pour ne

12

pas ou - bli - er, ET UN POINT C'EST TOUT! (4)

# La danse des fourmis

Une étoile pour la petite ourse

## Gigue

Nous som - mes les four - mis ju - melles jo - yeuses et in - sé - pa -  
 Dès que nous som - mes sé - pa - rées nous trot - ti - nons l'u - ne vers

F G7 Dm Gm7 C7

4  
 - rables dang, di gui di gui dan dan dang di gui di gui dang  
 l'autre F C7

8  
 Nous cour - ons dan - sons sur le sable  
 Du pas é - gal qui est le nôtre  
 F G7 CV

11  
 a - vec notre a - mie coc - ci - nelle On a un su -  
 jus - qu'à en - fin nous re - trou - ver

15  
 - per jeu! Pile au mi-lieu!



24

Mon fil de soie ten - du tout droit tra - ce mon che - min et

29

ça me fait du bien. Un, deux... trois

34

Mes peurs s'é-teignent, mes pleurs s'a-paisent quand je tisse u - ne

40

toile. Un, deux... trois

45

$\frac{1}{2}C 5$   $\frac{1}{2}C 2$  *tr* C 2

# Choral final

Soprano  
A - vec pres - que rien, quel - ques traits, quel - ques

Alto  
A - vec pres - que rien, quel - ques traits, quel - ques

Tenor  
A - vec pres - que rien, quel - ques traits, quel - ques

Bass  
A - vec pres - que rien, quel - ques traits, quel - ques

Guitare  
③ ③ ½CIV

4  
points, nos pe - ti - tes pat - tes, nos pe - ti - tes mains, on a de - ssi -

points, nos pe - ti - tes pat - tes, nos pe - ti - tes mains, on a de - ssi -

points, nos pe - ti - tes pat - tes, nos pe - ti - tes mains, on a de - ssi -

points, nos pe - ti - tes pat - tes, nos pe - ti - tes mains, on a de - ssi -

½CIV ½CII ½CI CII

7

- né une for - me com - pli - quée, belle, bri - llante, très spé -

- né une for - me com - pli - quée, belle, bri - llante, très spé -

- né une for - me com - pli - quée, belle, bri - llante, très spé -

- né une for - me com - pli - quée, belle, bri - llante, très spé -

CII

10

- ciale, en - semble on a fait une é - - toile!

- ciale, en - semble on a fait une é - - toile!

- ciale, en - semble on a fait une é - - toile!

- ciale, en - semble on a fait une é - - toile!

CII